



UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

FACULTAD DE CONTABILIDAD Y AUDITORÍA

CARRERA DE ECONOMÍA

MATEMATICAS

NOMBRE:

CATTLEYA GUEVARA

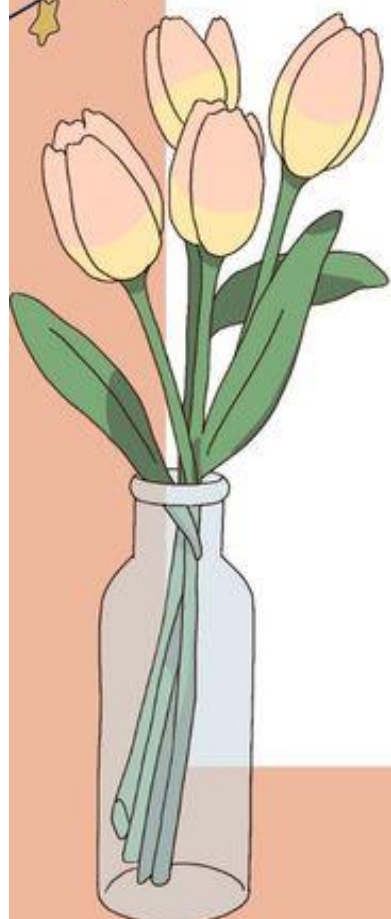
CURSO:

SEGUNDO ECONOMÍA

PARALELO:

“A”

TEMA: Reglas de L'HOPITAL



Reglas de L'HOPITAL

es una herramienta poderosa en cálculo que se utiliza para evaluar ciertos límites que inicialmente presentan una forma indeterminada, como $0/0$ o ∞/∞ . Esta regla permite transformar el límite original en otro límite más sencillo de calcular, derivando el numerador y el denominador por separado.

Enunciado de la Regla de L'Hôpital

Si tenemos un límite de la forma:

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)}$$

y cumple que:

1. $f(c)=0$ y $g(c)=0$ (forma indeterminada $0/0$), o
2. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \pm\infty$ y $\lim_{x \rightarrow c} g(x) = \pm\infty$ (forma indeterminada ∞/∞),

entonces, bajo ciertas condiciones, se puede calcular el límite como:

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

si este nuevo límite existe (o es infinito).

Pasos para aplicar la Regla de L'Hôpital

1. Verifica que el límite original tiene una forma indeterminada ($0/0$ o ∞/∞).
2. Deriva el numerador ($f'(x)$) y el denominador ($g'(x)$).

3. Calcula el límite del nuevo cociente $\frac{f'(x)}{g'(x)}$.

4. Si el nuevo límite sigue siendo indeterminado, aplica la regla nuevamente.

Ejemplo 1: Forma $\frac{0}{0}$

Calcula:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}.$$

1. Sustituyendo $x=0$:

$$\frac{\sin(0)}{0} = \frac{0}{0} \text{ (forma indeterminada)} = \frac{0}{0} \quad \text{(forma indeterminada)}.$$

2. Aplica la Regla de L'Hôpital:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)}{1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)}{1}.$$

3. Evalúa el límite:

$$\frac{\cos(0)}{1} = \frac{1}{1} = 1.$$

Ejemplo 2: Forma $\frac{\infty}{\infty}$

Calcula:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x}.$$

1. Sustituyendo $x \rightarrow \infty$:

$$\frac{\infty}{\infty} \text{ (forma indeterminada)} = \frac{\infty}{\infty} \quad \text{(forma indeterminada)}.$$

2. Aplica la Regla de L'Hôpital:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{e^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{e^x}.$$

3. Evalúa el nuevo límite:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{e^x} = 0.$$

Otras formas indeterminadas y su manejo con L'Hôpital

La regla también puede aplicarse en casos que se transformen en $\frac{0}{0}$ o

$\frac{\infty}{\infty}$, como:

- $0 \cdot \infty$: Reescribir como $\frac{f(x)}{1/g(x)}$.
- $\infty - \infty$: Reescribir como un cociente.
- $1^\infty, 0^\infty, \infty^0$: Reescribir usando logaritmos.

Bibliografía

<https://es.khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-differentiation-2-new/ab-3-2/a/implicit-differentiation-review>